**Федеральное государственное образовательное бюджетное**

**учреждение**

**высшего образования**

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**(Финансовый университет)**

**Факультет**

информационных технологий и анализа больших данных

Кафедра «Бизнес-информатика»

**Домашнее задание № 3**

«Антагонистические игры»

Студенты группы БИ20-4:

Иванова Ксения

Киракосян Виген

Крылов Никита

Мытарева Ангелина

Петрова Арина

Чайковская Анна

Руководитель:

Аксенов Дмитрий Андреевич

**Москва 2022**

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

[**1.** **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ (ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ)** 3](#_Toc100270325)

[**2.** **Математическая модель** 3](#_Toc100270326)

[**Критерий Байеса (максимального математического ожидания)** 4](#_Toc100270327)

[**Максиминный критерий Вальда** 4](#_Toc100270328)

[**Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица (П-О)** 4](#_Toc100270329)

[**Критерий минимаксного риска Сэвиджа** 4](#_Toc100270330)

[**3.** **Алгортим** 5](#_Toc100270331)

[**4.** **MS EXCEL** 6](#_Toc100270332)

1. **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ (ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ)**

Сельскохозяственное предприятие "Лепесток" выращивает любую из трех культур - возможных стратегий игрока А1, А2, А3. При наилучших агротехнических мероприятиях урожаи культур зависят, главным образом, от погодных условий - П1, П2, П3. Цены на продукции на протяжении рассматриваемого периода будут оставаться неизменными. Найдём культуру, от выращивания которой игрок А получит максимальный доход.

Таблица 1 – «Платёжная матрица»

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 45 | 30 | 25 |
| 2 | 20 | 40 | 50 |
| 3 | 50 | 45 | 20 |

1. **Математическая модель**

Прямая задача игрока А

**Исходные данные**

Транспонированная платёжная матрица GT.

GT =

где n – количество стратегий игроков.

**Переменные**

Переменные – x1, x2, x3, xn (заменённые на вероятности p1, p2, p3, pn).

### **Критерий Байеса (максимального математического ожидания)**

Расчет осуществляется по формуле:  
https://www.semestr.ru/images/math/games/g7_image001.gif

Найденные значения заносим в первый столбец и выбираем максимальное, оно и является стратегией игрока А.

### **Максиминный критерий Вальда**

В каждой строке таблицы находим минимальный элемент:

https://www.semestr.ru/images/math/games/g7_image006.gif

Найденные значения заносим в третий столбец и выбираем максимальное.

### **Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица (П-О)**

Для каждой строки рассчитываем значение критерия по формуле:

https://www.semestr.ru/images/math/games/g7_image007.gif

Найденные значения заносим в новую таблицу и выбираем максимальное

### **Критерий минимаксного риска Сэвиджа**

Рассчитаем матрицу рисков. Заполнять ее лучше по столбцам. В каждом столбце находим максимальный элемент и вы читаем из него все остальные элементы столбца, результаты записываем на соответствующих местах:

https://www.semestr.ru/images/math/games/g7_image009.gif

1. **Алгортим**

Предположим, что ЛПР (лицо, принимающее решения) рассматривает несколько возможных решений: i = 1,…,m. Ситуация, в которой действует ЛПР, является неопределенной. Известно лишь, что наличествует какой-то из вариантов: j = 1,…, n. Если будет принято *i*-e решение, а ситуация есть *j*-я , то фирма, возглавляемая ЛПР, получит доход qij. Матрица Q = (qij) называется матрицей последствий (возможных решений). Какое же решение нужно принять ЛПР? В этой ситуации полной неопределенности могут быть высказаны лишь некоторые рекомендации предварительного характера. Они не обязательно будут приняты ЛПР. Многое будет зависеть, например, от его склонности к риску. Но как оценить риск в данной схеме?

Допустим, мы хотим оценить риск, который несет i-e решение. Нам неизвестна реальная ситуация. Но если бы ее знали, то выбрали бы наилучшее решение, т.е. приносящее наибольший доход. Т.е. если ситуация есть *j*-я , то было бы принято решение, дающее доход qij.

https://math.semestr.ru/games/images/g6_image004.gifПравило Вальда (правило крайнего пессимизма). Рассматривая *i*-e решение будем полагать, что на самом деле ситуация складывается самая плохая, т.е. приносящая самый малый доход ai Но теперь уж выберем решение i0 с наибольшим ai0. Итак, правило https://math.semestr.ru/games/images/g6_image004.gifhttps://math.semestr.ru/games/images/g6_image004.gifВальда рекомендует принять решение i0, такое что   
  Так, в вышеуказанном примере, имеем a1 = 2, a2 = 2, a3 = 3, a4 = 1. Из этих чисел максимальным является число 3. Значит, правило Вальда рекомендует принять 3-е решение.

https://math.semestr.ru/games/images/g6_image005.gifПравило Сэвиджа (правило минимального риска). При применении этого правила анализируется матрица рисков R = (rij). Рассматривая *i*-e решение будем полагать, что на самом деле складывается ситуация максимального риска bi = max [rij]. Но теперь уж выберем решение i0 с наименьшим bi0. Итак, правило Сэвиджа рекомендует принять решение i0, такое что 

В рассматриваемом примере имеем b1 = 8, b2 = 6, b3 = 5, b4 = 7. Минимальным из этих чисел является число 5. Т.е. правило Сэвиджа рекомендует принять 3-е решение.

https://math.semestr.ru/games/images/g6_image006.gifПравило Гурвица (взвешивающее пессимистический и оптимистический подходы к ситуации). Принимается решение i, на котором достигается максимум  
, где 0 ≤ λ ≤ 1. Значение *λ* выбирается из субъективных соображений. Если *λ* приближается к 1, то правило Гурвица приближается к правилу Вальда, при приближении *λ* к 0, правило Гурвица приближается к правилу "розового оптимизма" (догадайтесь сами, что это значит). В вышеуказанном примере при *λ*= 1/2 правило Гурвица рекомендует 2-е решение.

1. **MS EXCEL**

Возьмем за стратегии игрока: Арбуз, Кукуруза, Сахарная свекла – урожаи культур, которые выращивает сельхозкомпания «Лепесток».

При наилучших агротехнических мероприятиях урожаи культур зависят, главным образом, от погодных условий (состояний природы). Будем считать для простоты, что возможны погодные условия трех типов: П1 - сухое лето, П2 - нормальное лето и П3 - влажное лето, а также предположим, что цены на продукцию на протяжении рассматриваемого периода будут оставаться неизменными. Здесь под cij будем понимать доход (выигрыш) в тысячах рублей при выращивании культуры Ai при состоянии природы Пj на всех имеющихся площадях. Основная сложность состоит в незнании того, какое именно состояние природы Пj будет иметь место. Очевидно, что если бы игрок знал будущее со-

стояние природы, он выбрал бы ту стратегию Ai , при которой его выигрыш

(доход) был бы максимален.

Запишем платежную матрицу:

Таблица 2 – «Платёжная матрица»

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А|П | П1 | П2 | П3 |
| А1 | 45 | 30 | 25 |
| А2 | 20 | 40 | 50 |
| А3 | 50 | 45 | 20 |

Будем анализировать эту игру, используя платёжную матрицу. Предположим, что мы (игрок А) выбирает стратегию А1. Тогда в зависимости от того, какую стратегию изберёт противник, наш выигрыш будет равен либо 20, либо 30, либо 25. Итак, выбирая стратегию А1, мы в худшем случае получаем выигрыш 25. Если же выберем стратегию А2 или А3, то будем иметь в худшем случае выигрыш 20. Запишем минимальные возможные выигрыши для разных стратегий Аi в виде дополнительного столбца платёжной матрицы. Ясно, что следует выбирать ту стратегию, где минимальный возможный выигрыш оказывается наибольшим (по сравнению с остальными стратегиями).

В данном случае это стратегия А3. Выигрыш 30 является максимальным в тройке минимальных выигрышей (в тройке 20, 30, 25). Его называют максиминным выигрышем или, проще, максимином. Есть у него ещё одно название – *нижняя цена игры.*

**Критерий минимаксного сожаления Сэвиджа**

Сожалением r игрока при использовании стратегии A в условиях состояния природы Pj называется разность между выигрышем, который игрок получил бы, если бы состояние окружения Pj было известно, и выигрышем, который он получит, не зная каким будет состояние природы и выбирая стратегию поведения Ai. Если бы состояние природы Pj было известно, то игрок выбрал бы стратегию,дающую maxc. Чтобы вычислить сожаление,нужно из максимального элемента в столбце Pj вычесть фактический выигрыш cij , т.е. r = max c − c . В нашем примере матрица сожалений R = (r ) имеет вид:

Таблица 3 – «Критерий минимаксного сожаления Сэвиджа»

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А|П | П1 | П2 | П3 | max |
| А1 | 5 | 15 | 25 | 25 |
| А2 | 30 | 5 | 0 | 30 |
| А3 | **0** | **0** | **20** | 20 |

Таким образом, чем больше величина сожаления, тем больше игрок теря- ет в выигрыше от незнания состояния окружения. Далее, применяя принцип га- рантированного результата, в каждой строке находим наихудший результат, то есть максимальное сожаление при применении данной стратегии, и выбираем среди них наилучший результат (минимальное сожаление), который в данном примере достигается при применении стратегии A3. Итак, согласно критерию Сэвиджа оптимальной стратегией является стратегия A3 , при которой все поля засеваются третьей культурой.

Критерий Сэвиджа тоже крайне пессимистический, и в смысле «пессимизма» он сходен с критерием Вальда.

**Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица**

Этот критерий состоит в следующем. Вместо исходной матрицы выигрышей C (cij ) рассматривается матрица B (bij ) , где

Alpha\*max(Ai)+(1-Alpha)\*min(Ai)

Здесь Alpha некоторое число, 0<Alpha<1, характеризующее степень оптимизма игрока. Тогда число 1 - Alpha можно понимать как степень пессимизма. При Alpha = 0 в каждой строке во всех столбцах стоит одно и то же число, равное мак- симальному выигрышу при выборе соответствующей строке стратегии, то есть самый оптимистичный результат. При Alpha = 1 матрица B совпадает с матрицей выигрышей C, и критерий Гурвица превращается в критерий Вальда; при Alpha = 0 – в критерий «крайнего оптимизма», при других значениях  получается нечто среднее – ближе к оптимизму, если Alpha близко к 0, или ближе к пессимизму, если Alpha близко к 1. Критерий Гурвица заключается в применении принципа гарантированного результата (критерия Вальда) к матрице B .

 Запишем линейную свертку:

Таблица 4 – «Линейная свертка»

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Alpha | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 |
| А1 | 25 | 27 | 29 | 31 | 33 | 35 | 37 | 39 | 41 | 43 | 45 |
| А2 | 20 | 23 | 26 | 29 | 32 | 35 | 38 | 41 | 44 | 47 | 50 |
| А3 | 30 | 32 | 34 | 36 | 38 | 40 | 42 | 44 | 46 | 48 | 50 |

Применяя принцип гарантированного результата, получаем, что по критерию Гурвица наилучшим выбором является выбор второй стратегии A3 , то есть засеять все поля следует третьей культурой.